

FACT

Några uppgifter om "formeltänk" kring derivatan av sinus och cosinus

1. Derivera funktionerna nedan

a) $f(x) = 2\sin(x)$

$$f'(x) = 2\cos(x)$$

b) $g(x) = 4\cos(2x)$

$$g'(x) = 4 \cdot (-\sin(2x)) \cdot 2 = -8\sin(2x)$$

c) $h(x) = \frac{\cos(4x)}{4}$

$$h'(x) = \frac{1}{4} \cdot -\sin(4x) \cdot 4 = -\sin(4x)$$

2. Hitta en primitiv funktion till funktionerna nedan

a) $f(x) = \sin(x)$

$$F(x) = -\cos(x)$$

b) $g(x) = \cos(2x)$

$$G(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)$$

c) $h(x) = 3\sin(4x)$

$$H(x) = 3 \cdot (-\cos(4x)) \cdot \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}\cos(4x)$$

3. Derivera funktionerna nedan

a) $f(x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$

$$= \sin(2x)$$

Skriv först om med dubbla vinkeln för sin:

$$f' = \cos(2x) \cdot 2 = 2\cos(2x)$$

b) $g(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$

$$= \cos(2x)$$

Skriv först om med dubbla vinkeln för cos

$$g'(x) = -\sin(2x) \cdot 2 = -2\sin(2x)$$

c) $h(x) = 5\sin\left(\frac{x}{2}\right)$

$$h'(x) = 5 \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

4. Derivera funktionerna nedan

a) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x) = \frac{\sin(2x)}{2}$ \rightarrow dubbla vinkeln

$f' = \frac{1}{2} \cos(2x) \cdot 2 = \cos(2x)$

b) $g(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ \rightarrow [Tryggheten] = 1

$g' = 0$

5. Hitta en primitiv funktion till

a) $f(x) = \cos^2(2x) - \sin^2(2x)$ \rightarrow [dubbla vinkeln] = $\cos(4x)$ for \cos

Prim. till $\cos(4x) \Rightarrow F(x) = \sin(4x) \cdot \frac{1}{4}$

$= \frac{\sin(4x)}{4}$

b) $g(x) = \sin(3x) \cdot \cos(3x) = 2 \sin(3x) \cdot \cos(3x) = \sin(6x)$

= [dubbla vinkeln for \sin : $\sin(6x)$] = $\frac{\sin(6x)}{6}$ Prim. till

$\rightarrow G(x) = -\frac{\cos(6x)}{12}$

c) $h(x) = \cos^2(2x) + \sin^2(2x) = 1$ \rightarrow [Tryggheten] = 1

Prim. till $1 \Rightarrow H(x) = x$